Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Buenos Aires

SEMINARIO UNIVERSITARIO 2026

PRIMER PARCIAL – 13/02/2022

Apellido y Nombre:…………………………………… ……………………….

Número de documento: ……………………………….CURSO:…………..

TEMA 5

1	2	3	4	5	NOTA

- La duración del examen es de 2 horas
- Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen bien resuelto
- El examen no puede estar resuelto en lápiz
- Todas las respuestas deben estar justificadas

EJERCICIO 1: Sea la familia de rectas

$$r_k: (k-2)x + (k+1)y = 3k$$

Hallar el valor de k para el cual la recta es perpendicular a

$$s: 3x - 2y + 5 = 0$$

EJERCICIO 2: Sea la parábola de ecuación

$$y = x^2 - 4x + 3$$

Determinar las ecuaciones de todas las rectas no verticales que pasan por el punto $(0;-1)$ y cortan a la parábola en un único punto.

EJERCICIO 3: Sea el polinomio $p(x) = x^3 + (k-2)x^2 - (3k-4)x + k$. Sabiendo que x=1 es una raíz de $p(x)$, determinar si es posible escribirlo como el producto de polinomios de grado uno con coeficientes enteros. En caso afirmativo, escribir dicho producto.

EJERCICIO 4:

(a) Sabiendo que $(1;4;1)$ es una solución del sistema:

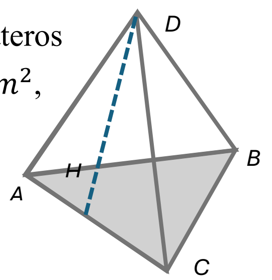
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - 2ky - z = -4 \\ 3x + y + z = 8 \end{cases}$$

calcular el valor de k y dar el conjunto de solución del sistema

(b) Resolver la siguiente ecuación:

$$\sqrt{2x+4} - \sqrt{\frac{1}{3}x + 2} = 2$$

EJERCICIO 5: Las caras de la pirámide $ABCD$ de la figura son triángulos equiláteros todos congruentes entre sí. Sabiendo que el área total de la pirámide es de $24\sqrt{3}cm^2$, calcular la medida del segmento $\overline{DH}$(altura del triángulo ΔACD



Seminario Universitario	1º parcial	TN	HOJA Nº 1/2 — FECHA 13-2-26

EJ 1 Sea la familia de rectas

$$r_k: (k-2)x + (k+1)y = 3k$$

Hallar el valor de k para el cual la recta es perpendicular a

$$s: 3x - 2y + 5 = 0$$

$r_k: (k-2)x + (k+1)y = 3k$

$(k+1)y = 3k - (k-2)x$

$y = \dfrac{3k - (k-2)x}{k+1}$

$\hookrightarrow$ pendiente: $\dfrac{-(k-2)}{k+1} = m_1$

$s: 3x - 2y + 5 = 0 \rightarrow y = \dfrac{3x+5}{2} \rightarrow$ pendiente $\dfrac{3}{2} = m_2$

$r_k \perp s \Rightarrow m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow (-k+2)\left(\dfrac{3}{2}\right) = -1$

$-k+2 = -\dfrac{2}{3}$ $\boxed{k = 8/3}$

EJ 2 Sea la parábola de ecuación $y = x^2 - 4x + 3$

Determinar las ecuaciones de todas las rectas NO verticales que pasan por el punto $(0,-1)$ y cortan a la parábola en un único punto.

$\hookrightarrow y = a(x+1) + b$ en $(0,-1) \rightarrow -1 = a(0+1) + b \rightarrow \boxed{a+b=-1}$

$y_P = y_R \longrightarrow x^2 - 4x + 3 = ax + a + b$

$x^2 - 4x - ax + 3 - a - b = 0$

$x^2 + (-4-a)x + 3 - (a+b) = 0$

Si $y_P \cap y_R$ es en UN punto $\Rightarrow b^2 - 4ac = 0$

$(-4-a)^2 - 4 \times 1 \times (3 - \underbrace{(a+b)}_{-1}) = 0$ $\quad b = -1 + a = -1$

$\cancel{16} + 8a + a^2 - \cancel{16} = 0 \longrightarrow \boxed{a=0} \vee \boxed{a=-8} \rightarrow b = -1 - -8 = 7$

$\boxed{y_1 = -1}$ $\quad \boxed{y_2 = -8x + 7}$

NOTA

Ej 3 Sea el polinomio $p(x) = x^3 + (3k-2)x^2 + (9k-4)x + 3k$

Sabiendo que $x=1$ es una raíz de $p(x)$ determinar si es posible escribirlo como producto de polinomios de grado 1 con coef. enteros. En caso afirmativo, escribir dicho producto.

$x=1$ es raíz $\rightarrow P(1) = 0 = 1 + 3k - 2 + 9k - 4 + 3k$

$15k = 5 \rightarrow \boxed{k = 1/3}$

$P(x) = x^3 - x^2 - x + 1$

$\boxed{x=1 \text{ es raíz}}$ doble

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & & 1 & 0 & -1 \\ \hline & 1 & 0 & -1 & 0 \end{array}$$

$P_1(x) = x^2 - 1$ raíces $\boxed{\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}}$

$$P(x) = (x-1)^2 (x+1) = (x-1)(x-1)(x+1)$$

si bien $x=1$ es raíz doble se puede escribir como:

$$\boxed{p(x) = (x-1)(x+1)(x-1)}$$

NOTA

Ej 4 Sabiendo que $(1,4,1)$ es una solución del sistema

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - 2ky - z = -4 \\ 3x + y + z = 8 \end{cases}$$

calcular el valor de k y dar el conjunto de solución del sistema

$$\begin{array}{l} x=1 \\ y=4 \\ z=1 \end{array} \rightarrow \begin{cases} 1+4+1 = 6 \checkmark \\ 1 - 2k4 - 1 = -4 \\ 3+4+1 = 8 \checkmark \end{cases} \longrightarrow \boxed{k = 1/2}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & -1 & -1 & -4 \\ 3 & 1 & 1 & 8 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3 = F_3 - 3F_1]{F_2 = F_2 - F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -2 & -2 & -10 \\ 0 & -2 & -2 & -10 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3 = F_3 - F_2]{F_2 = -\frac{F_2}{2}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ y + z = 5 \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{l} x + 5 = 6 \rightarrow \boxed{x=1} \\ y = 5 - z \end{array}$$

$$\boxed{S = (1,\ 5-z,\ z)} \qquad z \in \mathbb{R}$$

NOTA

Seminario Universitario	1° parcial TN	HOJA N° 2/2 FECHA 13-2-26

4) a) Resolver la sig. ecuación: $\sqrt{2x+4} - \sqrt{\frac{1}{3}x+2} = 2$

$2x+4 \geq 0$

$2x \geq -1 \rightarrow \boxed{x \geq -1/2}$

$\frac{1}{3}x+2 \geq 0$

$\frac{1}{3}x \geq -2 \rightarrow \boxed{x \geq -6}$

$\boxed{x \geq -1/2}$

$\sqrt{2x+4} = 2 + \sqrt{\frac{1}{3}x+2}$

elevo todo al cuadrado

$2x+\cancel{4} = \cancel{4} + 4\sqrt{\frac{1}{3}x+2} + \frac{1}{3}x+2$

$2x - \frac{1}{3}x - 2 = 4\sqrt{1/3\,x+2}$

$\frac{5}{3}x - 2 = 4\sqrt{1/3\,x+2}$

elevo todo al cuadrado

$\frac{25}{9}x^2 - \frac{20}{3}x + 4 = \overbrace{16(1/3\,x+2)}^{\frac{16}{3}x+32}$

$\frac{25x^2 - 60x + 36}{\cancel{9}} = \frac{48x + 288}{\cancel{9}}$

$25x^2 - 60x - 48x + 36 - 288 = 0$

$25x^2 - 108x - 252 = 0 \longrightarrow x = 6$

~~$x = -\frac{42}{25} = -1{,}68$~~

$x \geq -0{,}5$

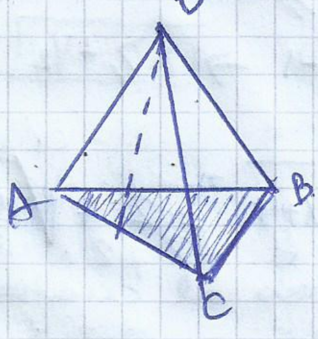
$\boxed{x = 6}$

NOTA

EJ 5 Las caras de la pirámide ABCD de la fig. son triángulos equiláteros todos congruentes entre sí

Sabiendo que el área total de la pirámide es de $24\sqrt{3}\ cm^2$, calcular la medida del segmento $\overline{DH}$

altura del triángulo ACD



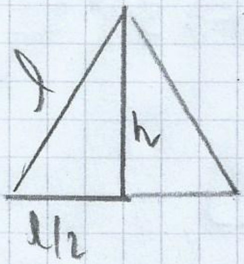
Área de cada triángulo $= \frac{A_{total}}{4}$

Área c/triángulo $= \frac{24\sqrt{3}}{4}\ cm^2$

$A_{\triangle} = 6\sqrt{3}\ cm^2 = \frac{b.h}{2}$ — $\overline{DH}$

$\boxed{b = l}$

triángulo equilátero



$$l^2 = h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = h^2 + \frac{l^2}{4}$$

$$h = \sqrt{\frac{3}{4} l^2} \Rightarrow \boxed{h = \frac{\sqrt{3}}{2} l} \quad \text{I}$$

$$\frac{l\,h}{2} = \frac{l}{2}\,\frac{\cancel{\sqrt{3}}}{2}\,l = 6\cancel{\sqrt{3}}\ cm^2$$

$$l^2 = 24\ cm^2 \Rightarrow \boxed{l = 2\sqrt{6}\ cm}$$

I $\quad h = |\overline{DH}| = \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} . \cancel{2}\sqrt{6} = \sqrt{18}$

$$\boxed{|\overline{DH}| = 3\sqrt{2}\ cm}$$